

Программа Олимпиадной выездной школы по математике для 10-11 классов

Нумерация темы	Наименование темы	Часы	Примерное содержание занятия
1	Вступительная олимпиада (пробный муниципальный этап)	2	Решение задач пробного муниципального этапа, разбор решений.
2	Вступительная олимпиада (пробный муниципальный этап)	2	
3	Геометрия - 1	2	Центральная симметрия медианы, симметрия относительно биссектрисы. Повороты, параллельные переносы. Формирование осознания неравенства треугольника как частного случая факта о кратчайшем расстоянии. Задачи, решаемые с помощью суммирования неравенств треугольника без дополнительных построений. Применение симметрии и разложения в ломаную, параллельного переноса совместно с неравенством треугольника для решения экстремальных задач.
4	Геометрия - 1	2	
5	Инвариант	2	Понятие инварианта. Примеры инвариантов в замкнутой системе из физики. Примеры построения инвариантных величин в задаче. Акцент на важности существования процесса. Задачи, требующие создания процесса. Решения задач с помощью различных раскрасок. Метод весов (раскраска числами). Формирование понимания свойств раскраски как инвариантных величин.
6	Инвариант	2	
7	Геометрия - 2	2	Формулировки и доказательства теорем Чебы и Менелая (в отрезках и в углах). Доказательство с помощью теоремы Чебы существования точек пересечения центроида, инцентра, точек Жергонна, Нагеля, Лемуана. Задачи с применением теоремы
8	Геометрия - 2	2	

			Менелая. Упоминание о геометрии масс. Решение геометрических задач с помощью векторов. Доказательство теоремы косинусов. Общие векторные формулы (для медианы, для вектора, соединяющего середины отрезков). Идея векторного поворота.
9	Делимость и остатки - 1	2	Строгое определение простого числа. Формулировка основной теоремы арифметики. Отработка алгоритмов получения канонического разложения чисел и проверки на простоту, нахождение НОД и НОК. Равенство произведения чисел и произведения их НОД и НОК. Доказательство теоремы о количестве делителей (от частных случаев к общему), формулирование её понимания. Задачи на алгоритм Евклида.
10	Делимость и остатки - 1	2	
11	Геометрия - 3	2	Вывод формул различных углов, связанных с окружностью. Задачи на вписанные углы, вписанные четырёхугольники. Определение степени точки относительно окружности, доказательство корректности определения. Понятие радикальной оси двух окружностей и радикального центра трёх окружностей, задачи на радикальные оси.
12	Геометрия - 3	2	
13	Делимость и остатки - 2	2	Определение функции Эйлера, уравнения с её использованием. Доказательство малой теоремы Ферма. Доказательство в расширенной формулировке, использующей функцию Эйлера. Применение в задачах. Кратностью репьюнитов. Понятие остатка при делении. Свойства сравнений по модулю. Замена остатков на отрицательные аналоги, применение этого в
14	Делимость и остатки - 2	2	

			<p>задачах. Отработка навыков перебора остатков. Отсутствие определённых остатков среди степеней целых чисел. Доказательство отсутствия целых корней уравнений перебором остатков по модулям 3, 4, 5, 7, 8, 9. Решение уравнений в целых числах. Методы: перебор остатков, разложение на множители, оценки.</p>
15	Зачёт по пройденным темам (практическое занятие)	2	<p>Практическое занятие по задачам, соответствующим пройденным темам (самостоятельное решение задач школьниками в формате устной олимпиады).</p>
16	Зачёт по пройденным темам (практическое занятие)	2	
17	Зачёт по пройденным темам (математическая игра)	2	<p>Математическая игра по задачам, соответствующим пройденным темам.</p>
18	Зачёт по пройденным темам (математическая игра)	2	
19	Функции и уравнения - 1	2	<p>Понятие арифметической прогрессии. Формула суммы прогрессии: доказательство и формирование устойчивого понимания. Задачи на арифметическую прогрессию. Понятие геометрической прогрессии. Формулы произведения прогрессии и суммы прогрессии: доказательство и формирование устойчивого понимания. Задачи на геометрическую прогрессию. Бесконечный случай. Сумма ряда с помощью суммы геометрической прогрессии. Решение задач на доказательство неравенств с помощью неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим. Доказательства неравенств про среднее гармоническое и среднее квадратичное, ввод понятия среднее степенное.</p>
20	Функции и уравнения - 1	2	
21	Комбинаторика	2	<p>Формирование понимания различий правил суммы и</p>

22	Комбинаторика	2	<p>произведения, правильного их применения. Аналогии с логическими «ИЛИ», «И».</p> <p>Вывод формулы для перестановок, формулы для размещений (от частных случаев к общему).</p> <p>Размещения с повторениями, задачи о двоичных кодах, о количестве подмножеств.</p> <p>Отработка навыков работы с факториалами. Вывод формулы числа сочетаний.</p> <p>Формирование устойчивого понимания различия перестановок и размещений.</p> <p>Отработка применения формулы в непосредственных числах, сокращение факториалов. Более удобные формы формулы для маленьких случаев.</p> <p>Доказательство тождеств с биномиальными коэффициентами алгебраически и комбинаторно. Треугольник Паскаля и объяснение его свойства.</p>
23	Функции и уравнения - 2	2	<p>Построение графиков линейных функций, функций с модулями, гипербол, парабол. Решение линейных систем и простых нелинейных систем. Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром.</p> <p>Геометрия помогает решить алгебру. Задачи на квадратный трёхчлен, теорему Виета.</p>
24	Функции и уравнения - 2	2	
25	Текстовые задачи	2	<p>Формирование понимания аналогий в задачах на движение и на работу. Задачи на совместную скорость и совместную работу. Движение по реке. Движение с переменной скоростью, графический метод.</p> <p>Формирование понимания средней скорости.</p> <p>Формирование понимание процента как относительной величины. Эффект разной</p>
26	Текстовые задачи	2	

			базы. Экономические задачи: простой, сложный процент, дисконтирование. Понимание в задачах на смеси отличия относительных и абсолютных величин.
27	Зачёт по пройденным темам (математическая игра)	2	Математическая игра по задачам, соответствующим пройденным темам.
28	Зачёт по пройденным темам (математическая игра)	2	
29	Разбор типичных задач муниципального этапа	2	Разбор типичных формулировок задач и принципиальных шагов при решении задач муниципального этапа.
30	Разбор типичных задач муниципального этапа	2	